



**CENTRO
DE
ESTUDIOS**

BOLONIA

Matemáticas & Ingeniería

¿NUESTRO FIN?

Enseñanza a la carta.

Te ofrecemos flexibilidad de horarios, número de horas lectivas adaptado a tus necesidades, posibilidad de participar en grupos de estudio o hacerlo con clases individuales, resolución de ejercicios prácticos y exámenes, pretendemos con ello que puedas superar con éxito las materias para las que te preparas y del modo más cómodo posible para ti.

¿VALORES QUE APORTAMOS?

Somos profesionales docentes, contando con una dilatada experiencia en la enseñanza, perfectos conocedores de la materia de estudio, ofrecemos un amplio catálogo de ejercicios prácticos y exámenes resueltos, renovado continuamente, en todo momento puedes contar con nosotros como apoyo en el estudio y para resolución de dudas, servicio a tiempo completo.

Nuestra mayor satisfacción es tu éxito.

Nos puedes seguir en:



<https://twitter.com/academiabologna>



<http://www.facebook.com/pages/Academia-Bologna/450817651628380>

O en nuestro block

A continuación te ofrecemos, únicamente a modo de pequeño muestrario, algunos ejercicios resueltos en clase, para distintas asignaturas y grados,.

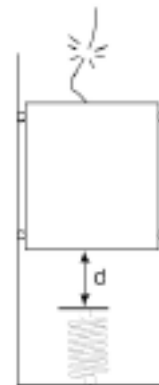
P1) Un helicóptero contra incendios transporta una carga de agua de 5 toneladas, utilizando para ello un depósito (de 220 kg) sujeto mediante un cable de acero. La velocidad (constante) de desplazamiento del helicóptero es de 30 m/s, y la fuerza de rozamiento del depósito con el aire es del tipo $F_r = k A_{cr} \rho v^2$, donde $k = 0.5$ (es el coeficiente aerodinámico del depósito), $A_{cr} = 2.5 \text{ m}^2$ (el área efectiva del depósito), y $\rho = 1.3 \text{ kgm}^{-3}$ (la densidad del aire).

- Calcular la tensión (fuerza) en el cable y el ángulo que forma con la vertical debido al rozamiento con el aire (y en sentido contrario al movimiento) en los 2 casos (vacío y lleno de agua).
- Si el módulo de Young del acero es de $200 \times 10^9 \text{ Nm}^2$, determinar la mínima sección transversal del cable para que el alargamiento producido en el mismo no supere el 0.2% de su longitud inicial cuando el depósito está lleno.



P2) El cable de un elevador de 1800 kg (ver figura) se rompe cuando está estacionado en el primer piso, estando su parte inferior a una distancia $d = 4 \text{ m}$ sobre el resorte inferior (cuya constante recuperadora tiene un valor de 14800 kgm). Un sistema de seguridad está sujeto a los rieles laterales y se activa en el momento de la rotura, desarrollando una fuerza de fricción conjunta de 450 kg, opuesta al movimiento del elevador.

- Determinar la velocidad del elevador exactamente antes de que golpee al resorte.
- Determinar la máxima compresión del resorte, el cual, antes del choque, tenía su longitud natural.
- ¿Volverá a subir empujado por el muelle después de haberse parado? Si la respuesta es afirmativa calcula hasta que altura.



Nota: El sistema de seguridad está activado siempre que se detecta que el cable está roto

RECOMENDACIONES Y COMENTARIOS: Cada ejercicio deberá comenzar en una carilla independiente. Trátalo de hacer buena letra y ser claro en la presentación. Podéis utilizar hojas en blanco para los cálculos preliminares, así después en limpio no tendréis que hacer correcciones ni tachones. Explicad claramente las variables que utilizéis: Asignación de nombres de variables, localización de puntos especiales, ... de firma que no qupa duda a la hora de que yo lo interprete.

2.- Un horno tiene las paredes planas compuestas de 10 cm de ladrillo A, en contacto con 20 cm de otro ladrillo B (fig 3.1). En estado estacionario, la temperatura $T_1 = 680\text{ }^\circ\text{C}$ y la $T_3 = 120\text{ }^\circ\text{C}$. Para reducir las pérdidas de calor del horno se añade en la parte exterior una capa de 5 cm de ladrillo de magnesio cuya conductividad térmica $K_{Mg} = 0,087\text{ W/m }^\circ\text{C}$ (fig 3.2). En un ensayo en régimen estacionario se obtienen $T_1 = 710\text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 650\text{ }^\circ\text{C}$, $T_3 = 485\text{ }^\circ\text{C}$ y $T_4 = 76\text{ }^\circ\text{C}$. Determinar: a) las conductividades térmicas de los ladrillos A y B; b) el ahorro energético por metro cuadrado de pared en 24 horas. (2 p)

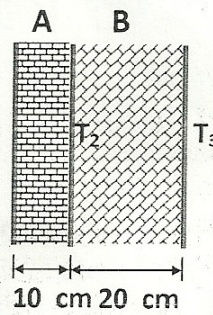


Fig 3.1

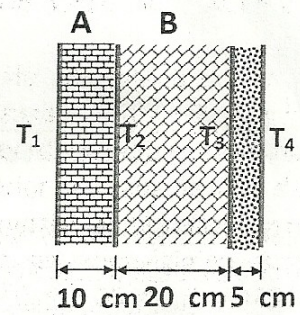


Fig 3.2

3.- Un mol de gas ideal monoatómico, $\gamma = 5/3$, realiza el ciclo de la figura 4 compuesto por una transformación isotérmica, una adiabática y una isobárica. Si la temperatura en el estado A es de $100\text{ }^\circ\text{C}$ y su volumen es $V_0 = 1\text{ l}$, mientras que en C es $V_C = 3^{5/2}V_0$:

- Determinar el volumen en B.
- Completar la tabla.
- Calcular el rendimiento térmico del ciclo. (2 p)

	ΔT	Q	W	ΔU	ΔS
AB					
BC					
CA					
DA					
Ciclo					

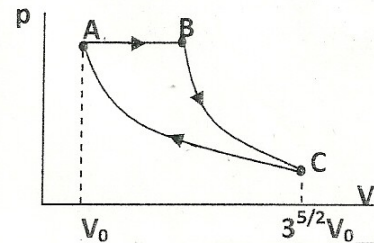


Fig 4

4.- a) Deducir, aplicando la ley de Gauss, la expresión del campo eléctrico creado por un cuerpo esférico cargado, con densidad volúmica constante, ρ , en puntos del interior y del exterior a la distribución.

b) Aplicando el Principio de superposición y el apartado anterior, determinar el campo eléctrico, expresado en coordenadas cartesianas, creado por la distribución de la figura 5 formada por dos esferas cargadas con densidad volúmica constante, ρ , de radios R y $R/2$, respectivamente, en el punto $P(2R, R)$. (2 p)

5.- En el circuito de la figura 6, obtener:

- La corriente que circula por cada uno de las resistencias.
- La diferencia de potencial V_{AB} .
- La potencia suministrada por el generador y la consumida en la red. (2 p)

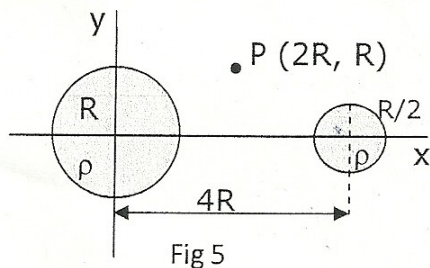


Fig 5

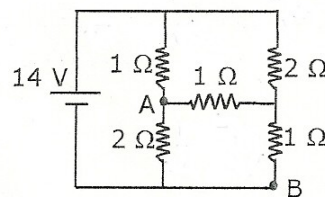
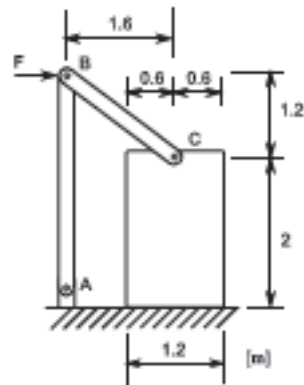


Fig 6

Problema 1 (2.0 puntos, 20 minutos)

El bloque de la figura pesa 100 Kp y el coeficiente de rozamiento con el suelo es de 0.4 . En el punto C, el bloque tiene articulada una barra BC. Se pide:

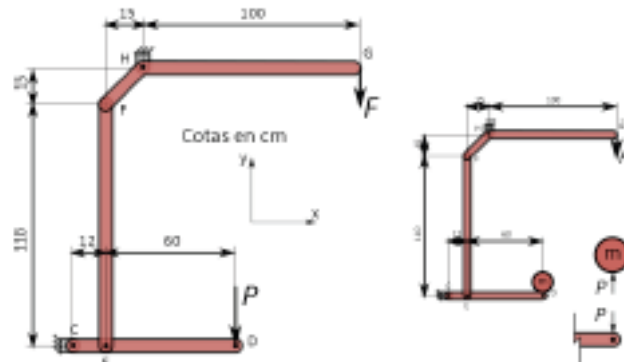


1.-) Fuerza mínima, F , que se debe aplicar en punto B para provocar el movimiento del bloque. Determine cuál es el movimiento que se produce antes: deslizamiento o vuelco del bloque. Para este valor de F mínimo calculado, dibuje el diagrama de sólido libre del bloque indicando el módulo, dirección y sentido de las acciones que lo solicitan

2.-) Si la fuerza aplicada en B es de $F=16 \text{ Kp}$, dibuje el diagrama de sólido libre del bloque y de todo el sistema indicando el módulo, dirección y sentido de cada una de las acciones que lo solicitan

Problema 2 (4.0 puntos, 40 minutos)

- ¿Cuánto debe valer F (calcularlo en función de P) para que el mecanismo de la figura de la izquierda se encuentre en equilibrio estático?. Para el valor de F calculado, dibuje el diagrama de sólido libre de las tres barras.



- Si el mecanismo de la figura parte del reposo y la aceleración del punto D es $\vec{a}_D = 80 \vec{j} \text{ cm/s}^2$. Calcular las aceleraciones de los puntos E, F y G. Dar la solución en notación vectorial.

2.2.-Un oscilador armónico amortiguado, cuya frecuencia angular natural es $\omega_0 = 15 \text{ rad/s}$ y cuyo parámetro de amortiguamiento es $\gamma = 9 \text{ s}^{-1}$, se encuentra inicialmente en reposo en la posición de equilibrio. En el instante $t = 0$ recibe un impulso que lo pone en movimiento con una velocidad inicial $v_0 = 60 \text{ cm/s}$.

Para este sistema se pide:

- Expresar la elongación del oscilador en función del tiempo.
- Calcular el máximo desplazamiento que experimenta el oscilador a partir de su posición de equilibrio.
- Calcular el tiempo que deberá transcurrir para que la amplitud de las oscilaciones amortiguadas se reduzca a un 0,1% del valor máximo anteriormente calculado.
- Calcular el tiempo que deberá transcurrir para que se haya disipado el 50 % de la energía asociada a la oscilación.

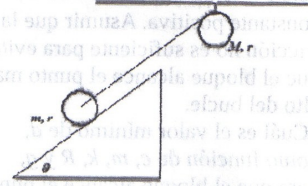
2.3.- De una partícula sabemos que realiza un movimiento armónico simple y que en el instante $t_1 = 10 \text{ s}$ su posición, velocidad y aceleración valen respectivamente, $x_1 = -5,8438 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, $v_1 = 61,199 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$ y $a_1 = 11,834 \text{ m/s}^2$.

Determinar:

- ¿Cuál es el periodo del movimiento?
- Encontrar la ecuación $x(t)$ del movimiento.
- En qué momento t_2 , inmediatamente posterior a 20 s, volverá a estar en x_1 con velocidad v_1 .
- Responde la cuestión anterior pero sin exigir ahora que la velocidad sea necesariamente v_1 .

2.4.- En el siguiente esquema tenemos dos discos, de igual radio pero distinta masa, conectados como se muestra. El disco de masa M ejerce de polea, mientras que el disco de masa m rueda sin deslizar por un plano inclinado (ángulo θ). El momento de inercia de un disco de radio r y masa M , para rotación respecto a su eje es $I_0 = Mr^2/2$. La cuerda que se desenrosca de la polea tampoco desliza.

Determinar la aceleración con que cae el disco de masa m .



Bloque 3:

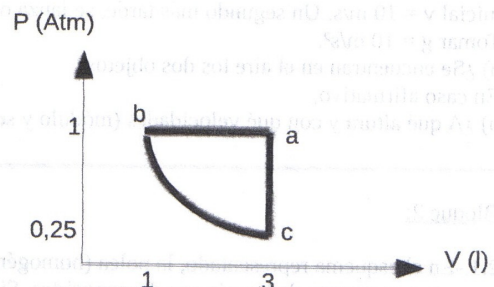
3.1.- En un calorímetro que contiene 440 g de agua a 9°C se introduce un trozo de hierro de masa 50g a 90°C . Una vez alcanzado el equilibrio la temperatura es de 10°C . ¿cuál es el calor específico del hierro? Dato: calor específico del agua 4180 J/kg.K .

3.2.- Explicar el primer principio de la termodinámica.

3.3.- Tenemos 1 mol de gas ideal monoatómico, que sigue el ciclo de la figura en sentido $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$.

Calcular:

- Las temperaturas en los puntos a, b y c.
- La variación de energía interna, el trabajo y el calor en cada tramo.



3.4.- Explicar la relación entre las capacidades caloríficas a presión constante (c_p) y a volumen constante (c_v) para un gas ideal.

Importante:

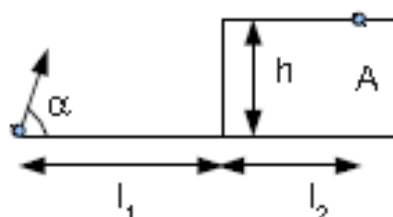
Quienes se presenten a toda la asignatura tienen que realizar los ejercicios 1 y 2 de los bloques 1 y 2 y el ejercicio 1 del bloque 3 (5 ejercicios en total).

Quienes se presenten a dos bloques, tienen que realizar los dos primeros ejercicios de los bloques en cuestión (4 ejercicios en total). No se corregirán ni se considerarán los demás ejercicios.

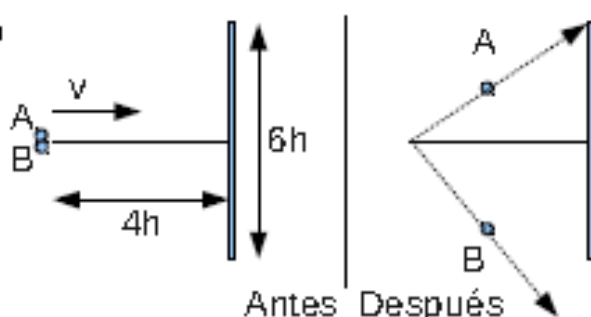
Quienes se presenten sólo a un bloque, deberán completarlo (3 ejercicios en total). No se corregirán ni se considerarán los demás ejercicios.

Bloque 1:

1.1 - Determinar la velocidad con que ha de lanzarse, con ángulo α sobre la horizontal y en presencia del campo gravitatorio, un proyectil para que caiga en el punto A. Determinar asimismo el tiempo en que cae.



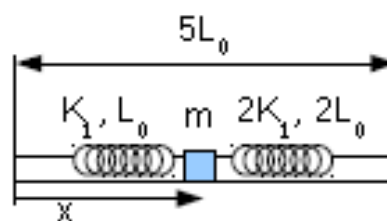
1.2 - Dos patinadores sobre hielo avanzan de la mano con la misma velocidad, según se ve en la figura, en dirección al centro de un muro de longitud $6h$. El patinador A tiene una masa $m_a = 80\text{ kg}$, mientras que el B tiene una masa $m_b = 50\text{ kg}$. Cuando están a distancia $4h$ del muro, se empujan mutuamente para obtener una componente vertical de velocidad que les permita esquivarlo, de modo que el patinador A pasa rozando el borde del muro. No hay rozamiento. Calcular el trabajo que han hecho las fuerzas con que los patinadores se han dado impulso para separarse.



1.3 - Una partícula tiene su velocidad caracterizada por la expresión $v = bx$, donde x es la posición de la partícula y b una constante. Si en el instante $t = 1\text{ s}$ la partícula se encuentra en la posición $x = 10\text{ m}$, obtener la posición, velocidad y aceleración de la misma como funciones del tiempo.

Bloque 2:

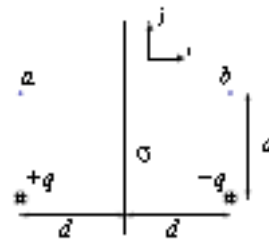
2.1 - Un bloque de masa M se encuentra en una superficie horizontal, sin fricción, unido a dos muelles por sus extremos, como se indica en la figura. Los dos muelles están alineados y sujetos a sendas paredes, separadas entre sí una distancia $5L_0$. El muelle de la izquierda



(2.8 pts) 1. Líneas de campo y ley de Gauss para el campo eléctrico y magnético. Aplicaciones.

(2.8 pts) 2. En el esquema de la derecha se representa un plano infinito con densidad de carga uniforme σ y dos cargas $+q$ y $-q$ situadas en puntos simétricos respecto al plano y a distancia d de éste.

Sabiendo que $\sigma = \frac{1}{5\sqrt{3}} \frac{q}{\text{m}^2}$ obtener las componentes del campo eléctrico en el punto a , situado a distancia d tanto del plano como de la carga $+q$ y en su simétrico b . Hallar también la diferencia de potencial $V_a - V_b$.



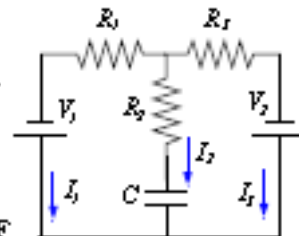
(2.8 pts) 3. Con los datos dados abajo, obtener la intensidad en cada rama del circuito de la derecha:

a) Cuando al cerrar el circuito el condensador está descargado.

b) Cuando lleva mucho tiempo conectado y el condensador está completamente cargado.

c) ¿Cuál es su carga en este último caso?

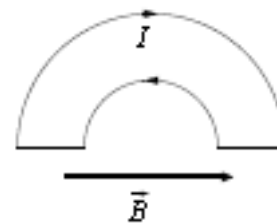
$$R_1 = R_2 = 1\Omega, R_3 = 2\Omega, V_1 = 5V, V_2 = 20V, C = 2\mu F$$



(2.8 pts) 4. La espira de alambre de la figura está formada por dos semicírculos de radios $0,30\text{ m}$ y $0,50\text{ m}$ respectivamente. Por el circuito fluye una corriente de $1,5\text{ A}$ en el sentido indicado en la figura. Calcula su momento magnético.

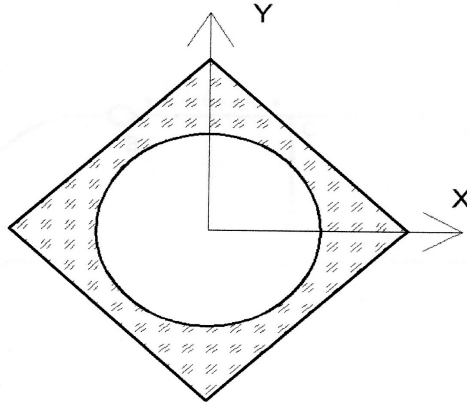
Si la espira está en una región de campo magnético uniforme de $2,0\text{ T}$ dirigido hacia la derecha, ¿cuál es la fuerza neta y el momento de las fuerzas que experimenta la espira?

$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N}\cdot\text{A}^{-2})$$



EJERCICIO N°1 (3p)

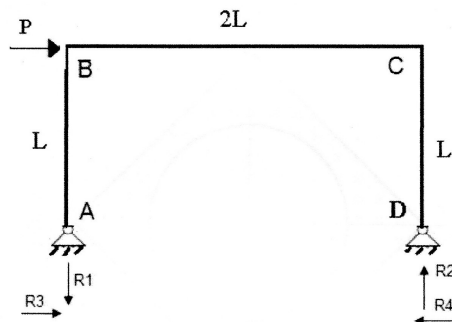
De la sección indicada en la figura adjunta, sección cuadrada de 100 mm de lado y un aligeramiento circular (concéntrico) de 40mm de radio, SE PIDE:



- 1) Para la sección dada obtener las excentricidades verticales máximas con las que se puede aplicar una carga axial para que no aparezcan tensiones de tracción en ninguna fibra de la sección. (0.75 p.)
- 2) Para la sección dada obtener las excentricidades horizontales máximas con las que se puede aplicar una carga axial para que no aparezcan tensiones de tracción en ninguna fibra de la sección. (0.75 p.)
- 3) Dibujar y calcular las coordenadas que definen el núcleo central de la sección dada. (0.50 p.)
- 4) Si en la coordenada (x;y): (0 ; 50√2) se aplica un axil de tracción de 5 kN determinar cuál será la máxima tensión de compresión que se producirá en la sección y dónde se dará (señalarlo con un croquis). (1.00 p.)

EJERCICIO N°3 (4p)

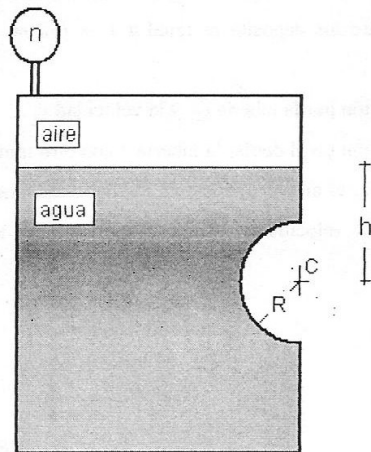
Sobre el pórtico biarticulado de la figura, donde $P=1T$ y $L=10m$, donde todas las barras tienen la misma rigidez:



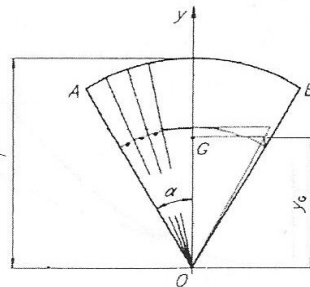
SE PIDE:

- 1) Obtener el valor de las reacciones en los apoyos. (2.0 p.)
- 2) Obtener los diagramas de esfuerzos de la estructura:
 - Axiles. (0.50 p.)
 - Cortantes. (0.50 p.)
 - Momentos Flectores. (0.50 p.)
- 3) Comprobar el equilibrio en el nudo (B) de la estructura. (0.50 p.)

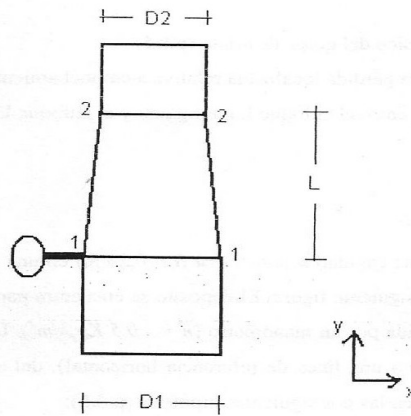
4. Un depósito presenta una cavidad semiesférica ($r = 0.25 \text{ m}$) en una de sus paredes verticales así como se muestra en la siguiente figura. El depósito se encuentra parcialmente lleno de agua y la presión del aire es medida por un manómetro ($n = -0.5 \text{ Kg}_f/\text{cm}^2$). Determinar la intensidad y la dirección (con respecto a una línea de referencia horizontal), del empuje hidrostático sobre la superficie semiesférica en las dos siguientes hipótesis (p.3.5):
- Nivel del agua en $h = 1 \text{ m}$ (situación representada en figura)
 - Nivel del agua en correspondencia del punto C.



$$y_G = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \cdot \sin \alpha}{\alpha}$$



5. En el convergente vertical de la figura fluye un líquido con peso específico relativo $\delta = 0.8$. Calcular el empuje del fluido sobre el convergente teniendo en cuenta el peso del fluido, una portada de $0.6 \text{ m}^3/\text{s}$, la presión del manómetro de 20 kPa en la sección 1-1 y los siguientes datos geométricos: $D_1 = 450 \text{ mm}$, $D_2 = 300 \text{ mm}$. $L = 500 \text{ mm}$. (p.2.25)



6. El sistema en la siguiente figura presenta dos depósitos conectados por una tubería de longitud $L = 8700 \text{ m}$, un diámetro $D = 150 \text{ mm}$ y un coeficiente de rugosidad de Gauckler-Strickler $k = 90 \text{ m}^{1/3}/\text{s}$. Si el desnivel entre los depósitos es igual a $Y = 130 \text{ m}$, trazar las líneas de energía y calcular:
- El caudal de circulación por la tubería Q_1 y la velocidad v_1
 - El caudal de circulación Q_2 al doblar la tubería 2 con otro tramo L_2 ($L_2 = 0.5 \cdot L$) que presenta el mismo diámetro D y el mismo coeficiente de rugosidad k que la tubería inicial.
 - El ratio Q_1/Q_2 y las velocidades de circulación en los tramos del nuevo sistema de distribución (p.2.75)

